ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 25.11.2024

Тема: «Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной»

Новый материал (конспект в тетрадь)

При исследовании функций и построении их графиков рекомендуется использовать следующую **схему**:

1. Найти область определения функции.
2. Исследовать функцию на четность – нечетность.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат.
4. Найти промежутки возрастания и убывания.
5. Найти точки экстремума и значения функции в этих точках.
6. Построить график функции

Пример. Исследовать функцию $y = x^2 - 5x + 6$ и построить ее график.

1. Найдем область определения $D(y)= (-\infty; +\infty)$
2. Выясним, является ли функция четная или нечетная:

$y(-x) = (-x)^2 - 5(-x) + 6 = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow$ функция общего вида

3. Найдем точки пересечения графика с осями:

- с осью Oy: $x = 0$,

$0^2 - 5\cdot 0+6 = 0 \Rightarrow y = 6$, значит $(0;6)$ – точка пересечения с осью y;

- с осью Ox: $y = 0$,

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$Д = (-5)^2 - 4\cdot 1\cdot 6 = 25 - 24 = 1$

$x_1 = 3,\ x_2 = 2$

$(3;0)$ и $(2;0)$ – точки пересечения с осью x

4. Найдем промежутки возрастания и убывания:

$y' = 2x - 5$

$2x - 5 = 0$

$x = 2{,}5$

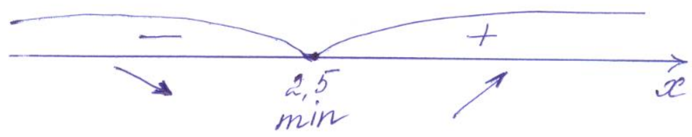
Обозначим критические точки на координатной прямой и определим знак функции (когда определяем знак, подставляем в производную из пункта № 4!

В нашем случае $y' = 2x - 5$

$y'(0) = 2\cdot 0 - 5=-5<0$

$y'(10) = 2\cdot 10 - 5=15>0$):

Получили:

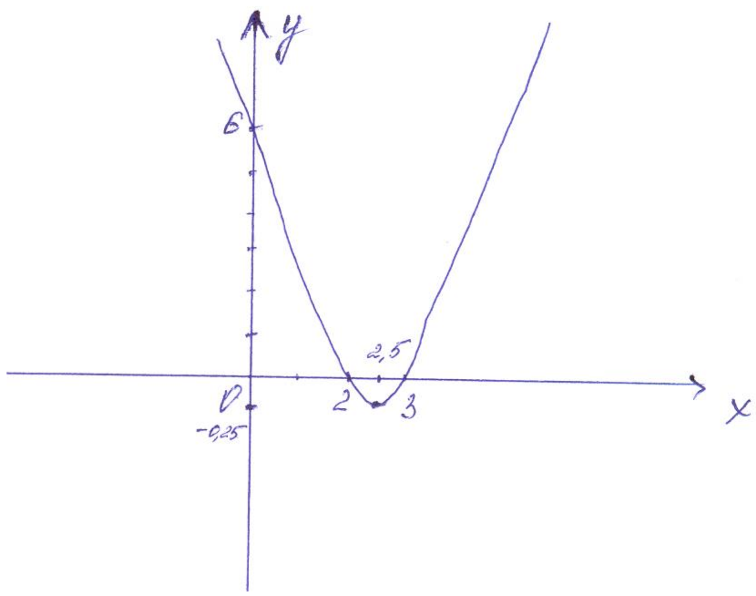


возрастает при $x \in [2{,}5; +\infty)$
убывает при $x \in (-\infty; 2{,}5]$

5) Найдем точки экстремума и значения функции в этих точках

$x_{min} = 2{,}5$ $\qquad$ $y_{min} = 2{,}5^2 - 5\cdot 2{,}5 + 6 = -0{,}25$

6) Построим график функции:



Пример. Исследовать функцию $y=x^3 +6x^2 +9x$ и построить график.

1) Найдем область определения:

$D(y)=R$

2) Выясним, является ли функция четная или нечетная:

$y(-x)=(-x)^3 +6(-x)^2 +9(-x)=-x+6x^2 -9x$ функция общего вида.

3) Найдем точки пересечения графика с осями:

с осью Oy: $x=0$, $y=0$ $(0;0)$ – точка пересечения с осью y.

с осью Ox: $y=0$,

$x^3 +6x^2 +9x=0$

$x(x^2+6x+9)=0$

$x=0$ или $x^2+6x+9=0$

$D=b^2-4ac$

$D=36-36=0$

$D=0$, уравнение имеет один корень.

$x=-3$

$(0;0)$ и $(-3;0)$ – точки пересечения с осью x.

4) Найдем промежутки возрастания и убывания:

Сначала найдем производную функции:

$y'=(x^3+6x^2+9x)'=3x^2+12x+9$

Определим критические точки, приравняем производную к нулю

$y'=0$, т.е.

$3x^2+12x+9=0$ сократим на 3

$x^2+4x+3=0$

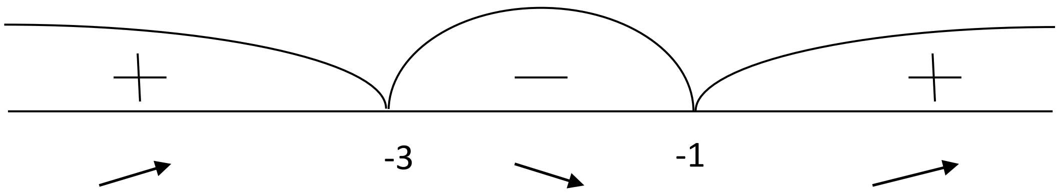
$D=b^2-4ac$

$D=16-12=4$

$D>0$, уравнение имеет 2 корня.

$x_1=-1$ $x_2=-3$

Обозначим критические точки на координатной прямой и определим знак функции:



Когда определяем знак, подставляем в производную из пункта № 4! (в нашем случае $y'=3x^2+12x+9$)

$x=-4$, $y'=3\cdot16-48+9=9>0$

$x=-2$, $y'=12-24+9=-3<0$

$x=0$, $y'=0+0+9=9>0$

5) Найдем точки экстремума и значения функции в этих точках

x_{min} =-1 (точка -1 является точкой минимума, так как в ней производная поменяла знак с – на +)

x_{max} =-3 (точка -3 является точкой максимума, так как в ней производная поменяла знак с + на -)

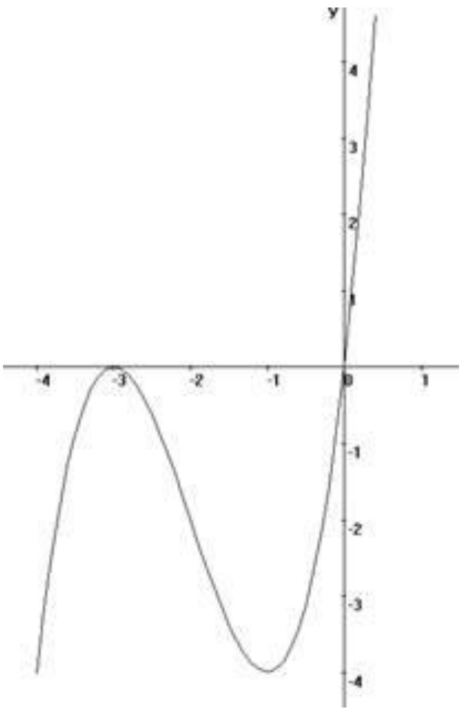
Найдем экстремумы функции:

Подставляем в функцию, которая дана в условии задачи (в нашем случае $y=x^3+6x^2+9x$)

$y_{min}=y(-1)=-1+6-9=-4$

$y_{max}=y(-3)=-27+54-27=0$

6) Построим график функции:



Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru