

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 15.11.2024

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Производная сложной функции»

Если функция f имеет производную в точке x_0 , а функция g имеет производную в точке $y_0 = f(x_0)$, то сложная функция $h(x) = g(f(x))$ также имеет производную в точке x_0 , причем:

$$h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0).$$

Пример: найдем производную сложной функции

а) $f(x) = (3x^2 - 1)^5$

Применим формулу $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$f'(x) = ((3x^2 - 1)^5)' = 5(3x^2 - 1)^{5-1} \cdot (3x^2 - 1)' = 5(3x^2 - 1)^4 \cdot (6x - 0) = 30x \cdot (3x^2 - 1)^4$$

б) $f(x) = \sqrt{5-2x}$

Применим формулу $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x) = (\sqrt{5-2x})' = \frac{1}{2\sqrt{5-2x}} (5-2x)' = \frac{1}{2\sqrt{5-2x}} (0-2) = \frac{-2}{2\sqrt{5-2x}} = -\frac{1}{\sqrt{5-2x}}$$

в) $f(x) = \frac{1}{x^3 - 5}$

Применим формулу $(\frac{1}{x})' = (x^{-1})' = -\frac{1}{x^2}$

$$f'(x) = (\frac{1}{x^3 - 5})' = -\frac{1}{(x^3 - 5)^2} \cdot (x^3 - 5)' = -\frac{1}{(x^3 - 5)^2} \cdot (3x^2 - 0) = -\frac{3x^2}{(x^3 - 5)^2}$$

г) $f(x) = \sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$

Применим формулу $(\sin x)' = \cos x$

$$f'(x) = \left(\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)\right)' = \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \left(5x - \frac{\pi}{3}\right)' = \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot (5 - 0) = 5 \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$$

Решение задач

№ 1

Найдите производную сложной функции

1) $y = (5x-3)^7$

$$y' = ((5x-3)^7)' = 7(5x-3)^6 (5x-3)' = 7 \cdot 5(5x-3)^6 = 35 \cdot (5x-3)^6$$

$$2) y = \frac{1}{(3x-2)^7}$$

$$y' = ((3x-2)^{-7})' = -7 \cdot (3x-2)^{-8} \cdot (3x-2)' = -7 \cdot 3 \cdot (3x-2)^{-8} = -21 (3x-2)^{-8} = -\frac{21}{(3x-2)^8}$$

$$3) y = \sqrt{10x-3}$$

$$y' = (\sqrt{10x-3})' = \frac{1}{2\sqrt{10x-3}} \cdot (10x-3)' = \frac{10}{2\sqrt{10x-3}} = \frac{5}{\sqrt{10x-3}}$$

$$4) y = \operatorname{tg} 2x$$

$$y' = (\operatorname{tg} 2x)' = \frac{1}{\cos^2 2x} \cdot (2x)' = \frac{2}{\cos^2 2x}$$

№ 2

Вычислите значение производной $f(x) = \sin(x^3 + x - \frac{\pi}{4})$ в точке $x_0 = 0$

$$f(x) = \sin(x^3 + x - \frac{\pi}{4})$$

$$f'(x) = \cos(x^3 + x - \frac{\pi}{4})(2x^2 + 1)$$

$$f'(0) = \cos(-\frac{\pi}{4})$$

№ 3

Вычислите значение производной $f(x) = \operatorname{tg}(x^2 + \frac{\pi}{6})$ в точке $x_0 = 0$

$$f(x) = \operatorname{tg}(x^2 + \frac{\pi}{6})$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x^2 + \frac{\pi}{6})} 2x$$

$$f'(0) = 0$$

Домашнее задание

Проработать конспект по тетради

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru