

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 14.11.2024

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Производная суммы и разности, произведения и частного»

Производная суммы (разности):

$$(u + v)' = u' + v'$$

Рассмотрим примеры применения данного правила дифференцирования

Пример. Найдите производную функции $y = x + x^3$

Решение:

$$y'(x) = (x)' + (x^3)' = 1 + 3x^2$$

Пример. Найдите производную функции $f(x) = x^3 - x^2 + x - 3$

Решение:

$$f'(x) = (x^3)' - (x^2)' + (x)' - (3)' = 3x^2 - 2x + 1 - 0$$

Постоянный множитель выносится за знак производной

$$(Cu)' = C u',$$

Пример. Вычислить $f'(-2)$, если $f(x) = \frac{1}{4}x^5 - 3x^3 + 7x - 17$.

Решение: прежде, чем вычислить $f'(-2)$, найдем производную функции $f(x)$.

Применим первое правило, получаем

$$f'(x) = \left(\frac{1}{4}x^5\right)' - (3x^3)' + (7x)' - (17)'$$

Применим второе правило, т.е. выносим постоянный множитель за знак производной, получаем

$$f'(x) = \frac{1}{4}(x^5)' - 3(x^3)' + 7(x)' = \frac{5}{4}x^4 - 9x^2 + 7,$$

В полученную производную вместо x подставляем -2 , получаем

$$f'(-2) = \frac{5}{4}(-2)^4 - 9(-2)^2 + 7 = -9.$$

Производная произведения

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

Пример. Найдите производную функции $y = (5x+2) \cdot (3-4x)$

Решение:

$$\begin{aligned}y' &= ((5x+2)(3-4x))' = \\ &= (5x+2)'(3-4x) + (5x+2)(3-4x)' = 5 \cdot (3-4x) + (5x+2) \cdot (-4) = \\ &= 15 - 20x - 20x - 8 = 7 - 40x\end{aligned}$$

Производная частного

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Пример. Найдите производную функции $y = \left(\frac{3x+2}{8-5x}\right)'$

Решение:

$$\begin{aligned}y' &= \left(\frac{3x+2}{8-5x}\right)' = \frac{(3x+2)'(-5) - (3x+2)(8-5x)'}{(8-5x)^2} = \\ &= \frac{3(8-5x) - (3x+2)(-5)}{(8-5x)^2} = \frac{24 - 15x + 15x + 10}{(8-5x)^2} = \frac{34}{(8-5x)^2}\end{aligned}$$

Решение задач

№1

Найдите производную функции $y = 18x - 12$

Решение:

$$y' = (18x - 12)' = (18x)' - (12)' = 18 \cdot (x)' - 0 = 18 \cdot 1 - 0 = 18$$

№2

Найдите производную функции $f(x) = 2x^2 + 4x$

Решение:

$$f'(x) = (2x^2 + 4x)' = (2x^2)' + (4x)' = 4x + 4$$

№3

Найдите производную функции $y = 9 - 2x^{-4}$

Решение:

$$y' = (9 - 2x^{-4})' = (9)' - (2x^{-4})' = 0 - 2 \cdot (x^{-4})' = -2(-4) \cdot x^{-4-1} = 8 \cdot x^{-5} = \frac{8}{x^5}$$

№4

Найдите значение производной функции $y = x - 4\sqrt{x}$ в точке $x_0 = 4$

Решение:

$$y' = (x - 4\sqrt{x})' = (1 - 4 \frac{1}{2\sqrt{x}}) = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}};$$

$$y'(4) = 1 - \frac{2}{\sqrt{4}} = 1 - \frac{2}{2} = 1 - 1 = 0$$

Ответ: $y'(4) = 0$.

№5

Вычислите $f'(-2)$, если $f(x) = \frac{1}{4}x^5 - 3x^3 + 7x - 17$

Решение:

$$f'(x) = \left(\frac{1}{4}x^5\right)' - (3x^3)' + (7x)' - (17)' = \frac{1}{4}(x^5)' - 3(x^3)' + 7(x)' = \frac{5}{4}x^4 - 9x^2 + 7$$

$$f'(-2) = \frac{5}{4}(-2)^4 - 9(-2)^2 + 7 = -9.$$

Ответ: -9

№6

Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = x^4 - 12x^2$

Решение:

$$f(x) = x^4 - 12x^2$$

$$f'(x) = (x^4 - 12x^2)' = 4x^3 - 24x$$

$$f'(x) = 0 \quad 4x^3 - 24x = 0$$

$$4x(x^2 - 6) = 0$$

$$4x = 0 \quad \text{или} \quad x^2 - 6 = 0$$

$$x = 0 \quad x^2 = 6$$

$$x = \pm\sqrt{6}$$

Ответ: производная равна нулю при $x = \pm\sqrt{6}$ и $x = 0$.

№7

Решите неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = x^3 + 1,5x^2$

Решение

$$f(x) = x^3 + 1,5x^2$$

$$f'(x) = (x^3 + 1,5x^2)' = 3x^2 + 3x$$

$$f'(x) < 0$$

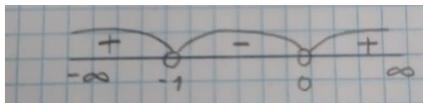
$$3x^2 + 3x < 0$$

$$3x^2 + 3x = 0$$

$$3x(x + 1) = 0$$

$$3x = 0 \quad \text{или} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -1$$



Ответ: $f'(x) < 0$ при $x \in (-1; 0)$

№8

Найдите производную функции $y = (x^2 + 2)(3x - 4)$

Решение:

$$y' = (x^2 + 2)'(3x - 4) + (x^2 + 2)(3x - 4)' = (2x + 0)(3x - 4) + (x^2 + 2)(3 - 0) = 2x(3x - 4) + 3(x^2 + 2) = 6x^2 - 8x + 3x^2 + 6 = 9x^2 - 8x + 6.$$

№9

Найдите производную функции $y = x^2 \cdot (7x + 6)$

Решение:

$$y' = (x^2 \cdot (7x + 6))' = (x^2)'(7x + 6) + x^2(7x + 6)' = 2x(7x + 6) + x^2 \cdot 7 = 21x^2 + 12x$$

№10

Найдите производную функции $y = \frac{x^3 - 2}{3 + 4x}$

$$y' = \left(\frac{x^3 - 2}{5 + 4x} \right)' = \frac{(x^3 - 2)'(5 + 4x) - (x^3 - 2)(5 + 4x)'}{(5 + 4x)^2} = \frac{(3x^2 - 0)(5 + 4x) - (x^3 - 2)(0 + 4)}{(5 + 4x)^2} =$$

$$\frac{3x^2(5 + 4x) - 4(x^3 - 2)}{(5 + 4x)^2} = \frac{15x^2 + 12x^3 - 4x^3 + 8}{(5 + 4x)^2} = \frac{15x^2 + 8x^3 + 8}{(5 + 4x)^2}$$

№11

Найдите производную функции $y = \frac{4x - 1}{3x + 5}$

Решение:

$$y' = \left(\frac{4x - 1}{3x + 5} \right)' = \frac{(4x - 1)'(3x + 5) - (4x - 1)(3x + 5)'}{(3x + 5)^2}$$

$$= \frac{4(3x + 5) - (4x - 1) \cdot 3}{(3x + 5)^2} = \frac{23}{(3x + 5)^2}$$

Домашнее задание

Правила вычисления производных (выучить!!!)

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(cu)' = cu'$$

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru