

# ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 19.11.24

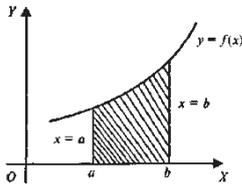
**Новый материал (конспект в рабочую тетрадь!!!)**

**Тема «Нахождение площади криволинейной трапеции Применение определенного интеграла к решению зада»**

## Теоретические сведения

### 1. Площадь криволинейной трапеции

Пусть на отрезке  $[a; b]$  оси  $Ox$  задана непрерывная функция  $f$ , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком  $[a; b]$  и прямыми  $x = a$  и  $x = b$ , называют **криволинейной трапецией**.



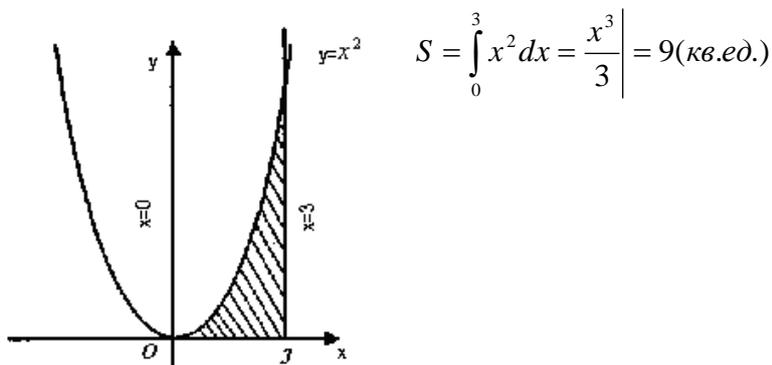
Площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = f(x)$ , где  $f(x) > 0$ , осью  $Ox$  и двумя прямыми  $x = a$  и  $x = b$ , выражается определённым интегралом:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

### Примеры

1. Определить площадь  $S$  фигуры, заключённой между ветвью кривой  $y = x^2$ , осью  $Ox$  и прямыми  $x = 0$ ,  $x = 3$

Решение:



### 2. Вычисление пути, пройденного точкой

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью

$v = f(t) \geq 0$  за промежуток времени от  $t_1$  до  $t_2$  вычисляется по формуле  $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$ .

*Пример:*

1. Скорость движения точки  $v = (9t^2 - 8t)$  м/с.  
Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

*Решение:* согласно условию,  $f(t) = 9t^2 - 8t$ ,  $t_1 = 3, t_2 = 4$ . Следовательно,  
 $s = \int_3^4 (9t^2 - 8t) dt = [3t^3 - 4t^2]_3^4 = 83$  (м).

### 3. Вычисление работы переменной силы $F = F(x)$ , вызвавшей перемещение от $x = x_1$ до $x = x_2$ .

$$A = \int_a^b f(x) dx.$$

При решении задач на вычисление работы силы часто используется закон Гука:  $F=kx$ , где  $F$  — сила Н;  $x$ —абсолютное удлинение пружины, м, вызванное силой  $F$ , а  $k$  — коэффициент пропорциональности, Н/м.

*Пример:*

Вычислить работу силы  $F$  при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

*Решение:*

Так как,  $x = 0,01$  м при  $F = 10$  Н, то, подставляя эти значения в равенство  $F=kx$ , получим  $10 = k \cdot 0,01$ , откуда  $k = 1000$  Н/м. Подставив теперь в это же равенство значение  $k$ , находим  $F = 1000x$ , т. е.  $f(x) = 1000x$ . Искомую работу найдем по формуле, полагая  $a = 0$ ,  $b = 0,04$  :

$$A = \int_0^{0,04} 1000x dx = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 0,8 \text{ (Дж)}.$$

### 4. Приложение определенного интеграла

*Пример:*

Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией

$$f(t) = \frac{3}{3t+1} + 4$$

*Решение:*

Если непрерывная функция  $f(t)$  характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени  $t$ , то объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от  $t_1$  до  $t_2$  будет выражаться формулой

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$$

В нашем случае

$$V = \int_2^3 \left( \frac{3}{3t+1} + 4 \right) dt = (\ln(3t+1) + 4t) \Big|_2^3 = \ln 10 + 12 - \ln 7 - 8 = \ln 10/7 + 4.$$

*Пример:*

Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией  $f(t) = 2t + 5$ .

*Решение.* Имеем:

$$V = \int_0^3 (2t + 5) dt = \left( \frac{2t^2}{2} + 5t \right) \Big|_0^3 = 9 + 15 = 24$$

Конспект отправляем на электронную почту [oles.udalova@yandex.ru](mailto:oles.udalova@yandex.ru)