

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 11.11.2024

Новый материал (конспект в рабочую тетрадь)

Тема: «Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла»

1. Основные тригонометрические тождества

$$\begin{aligned} 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ 2) \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ 3) \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ 4) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1 \\ 5) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ 6) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

2. Решение задач

Пример 1. Могут ли одновременно быть справедливы равенства:

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \text{ и } \sin \alpha = \frac{1}{2} ?$$

Решение:

Так как рассматриваются функции синус и косинус одного и того же аргумента, то должно выполняться основное тригонометрическое тождество:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, подставим значения из условия

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$\frac{1}{2} \neq 1.$$

Поэтому равенства $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ и $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ одновременно справедливы быть не могут (т.к. не выполняется основное тригонометрическое тождество).

Пример 2. Могут ли одновременно быть справедливы равенства:

$$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } \sin \alpha = \frac{1}{2} ?$$

Решение:

Так как рассматриваются функции синус и косинус одного и того же аргумента, то должно выполняться основное тригонометрическое тождество:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, подставим значения из условия

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

$$1=1$$

Основное тригонометрическое тождество выполняется. Значит, равенства, данные в условии, одновременно справедливы.

Пример 3. Найдите значения тригонометрических функций числа α , зная, что $\sin \alpha = 0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Решение:

Из основного тригонометрического тождества $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ находим $\cos \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(0,6)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

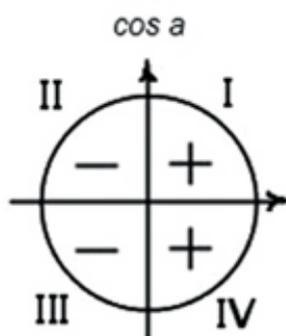
$$0,36 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - 0,36$$

$$\cos^2 \alpha = 0,64$$

$$\cos \alpha = \pm 0,8$$

Так как по условию $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то α - принадлежит II четверти (знаки по окружностям в конспекте прошлого урока!).



Поэтому $\cos \alpha = -0,8$

Из основного тригонометрического тождества $tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ находим $tg \alpha$

$$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$tg \alpha = \frac{0,6}{-0,8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4};$$

Из основного тригонометрического тождества $ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ находим $ctg \alpha$

$$ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$ctg \alpha = \frac{-0,8}{0,6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}.$$

Пример 4. Найдите $tg \alpha$, если

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \text{и} \quad \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

Решение:

Косинус угла нам известен. Из формулы основного тригонометрического тождества $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ найдем значение синуса.

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$$

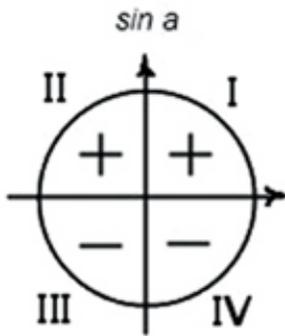
$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{5}}$$

Теперь важный момент: необходимо определить знак синуса для заданного

интервала. Это интервал $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ (четвёртая четверть)



Значение синуса в этой четверти отрицательное, поэтому: $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

Из основного тригонометрического тождества $\text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ находим $\text{tg} \alpha$

$$\text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = -0,5$$

Домашнее задание:

1. Основные тригонометрические тождества УЧИТЬ!!
2. Могут ли быть справедливы равенства:
 - a) $\text{tg} \alpha = \frac{2}{5}$, $\text{ctg} \alpha = \frac{5}{2}$;
 - b) $\text{tg} \alpha = -\frac{1}{2}$, $\text{ctg} \alpha = 2$;
3. Найдите значение других трех основных тригонометрических функций, если:

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

$$\cos \alpha = -0,6, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

Конспект и задания отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru