Урок №46 **1-МЛ** **11.11.2024**

Тема: Решение тригонометрических уравнений основных типов: простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные

СРОК СДАЧИ РАБОТ ДО 12.11.2024

1.Изучение нового материала.

1 способ. Решение уравнений разложением на множители

sin 4x = 3 cos 2x
Для решения уравнения воспользуемся формулой синуса двойного угла
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
2 sin 2x cos 2x – 3 cos 2x = 0,
cos 2x (2 sin 2x – 3) = 0.
Произведение этих множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей будет равен нулю.

$2x = \frac{\pi}{2} + \pi к,\ к \in Z$ или sin 2x = 1,5 – нет решений, т.к $|\sin\alpha| \le 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}к;\quad к \in Z.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}к,\quad к \in Z.$

2 способ. Решение уравнений преобразованием суммы или разности тригонометрических функций в произведение

cos 3x + sin 2x – sin 4x = 0.
Для решения уравнения воспользуемся формулой

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos 3x + 2\sin\frac{2x-4x}{2}\cos\frac{2x+4x}{2} = 0,$
cos 3x – 2 sin x cos 3x = 0,
cos 3x (1 – 2 sinx) = 0.
Полученное уравнение равносильно совокупности двух уравнений:

$$\left[\begin{array}{l}\cos 3x = 0;\\ 1 - 2\sin x = 0;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}3x = \dfrac{\pi}{2} + \pi\kappa, \kappa \in Z,\\ 2\sin x = 1;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\kappa, \kappa \in Z,\\ \sin x = \dfrac{1}{2};\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\kappa, \kappa \in Z,\\ x = (-1)^{\kappa}\dfrac{\pi}{6} + \pi\kappa, \kappa \in Z;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\kappa, \kappa \in Z,\\ x = (-1)^{\kappa}\dfrac{\pi}{6} + \pi\kappa, \kappa \in Z;\end{array}\right.$$

Множество решений второго уравнения полностью входит во множество решений первого уравнения.

Значит $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\kappa, \kappa \in Z.$

Ответ: $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\kappa, \kappa \in Z.$

3 способ. Решение уравнений преобразованием произведения тригонометрических функций в сумму

sin 5x cos 3x = sin 6x cos2x.

Для решения уравнения воспользуемся формулой

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right)$$

$$\frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 2x) = \frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 4x),$$

$$\sin 8x + \sin 2x - \sin 8x - \sin 4x = 0,$$

$$\sin 2x - \sin 4x = 0,$$

$$2\sin(-x)\cos 3x = 0,$$

$$\sin x\cos 3x = 0;$$

$$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0,\\ \cos 3x = 0;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x = \pi\kappa, \kappa \in Z\\ 3x = \dfrac{\pi}{2} + \pi\kappa, \kappa \in Z;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x = \pi\kappa, \kappa \in Z\\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\kappa, \kappa \in Z.\end{array}\right.$$

Ответ: $\pi\kappa, \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3\kappa}, \kappa \in Z$

4 способ. Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

$3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0,$

$3 \sin x - 2 (1 - \sin^2 x) = 0,$

$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0,$

Пусть sin x = t, где $|t| \leq 1$.

Получим квадратное уравнение $2t^2 + 3t - 2 = 0$,
D = 9 + 16 = 25.

$t_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$.

Таким образом $\begin{matrix} t_1 = -2; \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{matrix}$.

$t_1 = -2$ не удовлетворяет условию $|\, t \,| \le 1$.

Значит $\sin x = \frac{1}{2}$.

Поэтому $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, \pi \in Z$.

Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$

Домашнее задание
Решить уравнения:

1. № 164 (а) (квадратное уравнение)
2. № 168 (а) (разложение на множители)
3. № 174 (а) (преобразование суммы в произведение)
4. $\sin 3x \cos x = \sin \frac{5}{2} x \cos \frac{3}{2} x$ (преобразование произведения в сумму)