

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 19.11.24

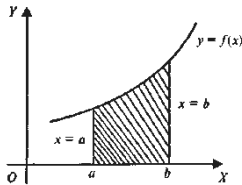
Новый материал (конспект в рабочую тетрадь!!!)

Тема «Нахождение площади криволинейной трапеции Применение определенного интеграла к решению зада»

Теоретические сведения

1. Площадь криволинейной трапеции

Пусть на отрезке $[a; b]$ оси Ox задана непрерывная функция f , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком $[a; b]$ и прямыми $x = a$ и $x = b$, называют **криволинейной трапецией**.



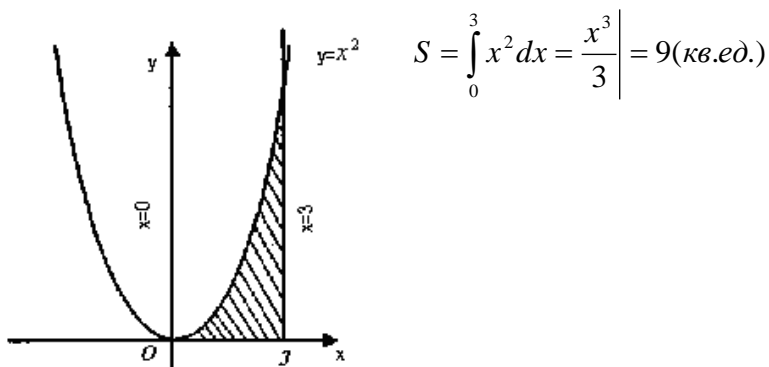
Площадь фигуры, ограниченной кривой $y = f(x)$, где $f(x) > 0$, осью Ox и двумя прямыми $x = a$ и $x = b$, выражается определённым интегралом:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

Примеры

1. Определить площадь S фигуры, заключённой между ветвью кривой $y = x^2$, осью Ox и прямыми $x = 0$, $x = 3$

Решение:



$$S = \int_0^3 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^3 = 9 \text{ (кв.ед.)}$$

2. Вычисление пути, пройденного точкой

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью

$v = f(t) \geq 0$ за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$.

Пример:

1. Скорость движения точки $v = (9t^2 - 8t)$ м/с.
Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

Решение: согласно условию, $f(t) = 9t^2 - 8t$, $t_1 = 3, t_2 = 4$. Следовательно,
 $s = \int_3^4 (9t^2 - 8t) dt = [3t^3 - 4t^2]_3^4 = 83$ (м).

3. Вычисление работы переменной силы $F = F(x)$, вызвавшей перемещение от $x = x_1$ до $x = x_2$.

$$A = \int_a^b f(x) dx.$$

При решении задач на вычисление работы силы часто используется закон Гука: $F=kx$, где F — сила Н; x —абсолютное удлинение пружины, м, вызванное силой F , а k —коэффициент пропорциональности, Н/м.

Пример:

Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Решение:

Так как, $x = 0,01$ м при $F = 10$ Н, то, подставляя эти значения в равенство $F=kx$, получим $10 = k \cdot 0,01$, откуда $k = 1000$ Н/м. Подставив теперь в это же равенство значение k , находим $F = 1000x$, т. е. $f(x) = 1000x$. Искомую работу найдем по формуле, полагая $a = 0$, $b = 0,04$:

$$A = \int_0^{0,04} 1000x dx = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 0,8 \text{ (Дж)}.$$

4. Приложение определенного интеграла

Пример:

Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией

$$f(t) = \frac{3}{3t+1} + 4$$

Решение:

Если непрерывная функция $f(t)$ характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t , то объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$$

В нашем случае

$$V = \int_2^3 \left(\frac{3}{3t+1} + 4 \right) dt = (\ln(3t+1) + 4t) \Big|_2^3 = \ln 10 + 12 - \ln 7 - 8 = \ln 10/7 + 4.$$

Пример:

Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией $f(t) = 2t + 5$.

Решение. Имеем:

$$V = \int_0^3 (2t + 5) dt = \left(\frac{2t^2}{2} + 5t \right) \Big|_0^3 = 9 + 15 = 24$$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru