

Тема: Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования.

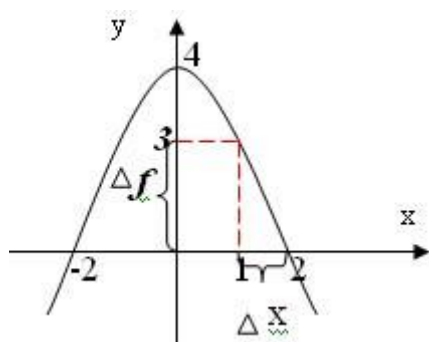
Срок сдачи до 23.11.2024

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ:

Просмотреть презентацию и видеоролик по ссылке:

<https://rutube.ru/video/9da4eb892ec67882a787ca9f5b5affc3/?r=wd><https://dzen.ru/video/watch/607d4d51eac7203d757e9abc?f=d2d>

изучить теоретический материал по учебнику п.12 стр.97, п.15 стр.113.

Часто нас интересует не значение какой-либо величины, а ее **изменение**.Например: Дан график функции $y = 4 - x^2$ По графику найти значение функции в точке $x_1 = 1$ и $x_2 = 2$.Разность $x_2 - x_1 = 2 - 1 = 1$; $\Delta x = 1$ $f(1) = 3$; $f(2) = 0$; $f(2) - f(1) = 0 - 3 = -3$ $\Delta f = -3$

В приведенном примере мы не только вычислили значения функции $f(x)$ в некоторых точках, но и оценили изменения Δf этой функции при заданных изменениях аргумента Δx .

При сравнении значений функции f в некоторой фиксированной точке x_0 со значениями этой функции в различных точках x , лежащих в окрестности x_0 , удобно выражать разность $f(x) - f(x_0)$ через разность $x - x_0$, пользуясь понятиями “приращение функции” и “приращение аргумента”.

Рассмотрим функцию $y = f(x)$. Пусть x – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки x_0 . Разность $x - x_0$ называется приращением независимой переменной (или приращением

аргумента) в точке x_0 и обозначается Δx . Таким образом, $\Delta x = x - x_0$, откуда следует, что $x = x_0 + \Delta x$.

Говорят также, что первоначальное значение аргумента x_0 получило приращение Δx . Вследствие этого значение функции f изменится на величину $f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Эта разность называется приращением функции f в точке x_0 , соответствующим приращению Δx , и обозначается Δf , т. е. по определению

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0), \text{ откуда } f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta f.$$

Δ Обратите внимание: при фиксированном значении x_0 приращение Δf есть функция от Δx .

Пример 1:

Найти приращение аргумента и приращение функции в точке x_0 , если

$$f(x) = x^2$$

$$x_0 = 2$$

$$x = 1,9$$

$$\Delta x = x - x_0;$$

$$\Delta x = 1,9 - 2 = -0,1;$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0);$$

$$\Delta f = f(1,9) - f(2) = 1,9^2 - 2^2 = 3,61 - 4 = -0,39$$

Решение: *Ответ* : $\Delta x = -0,1$; $\Delta f = -0,39$

Рассмотрим график функции $y = f(x)$. Геометрический смысл приращения функции можно понять, рассмотрев рисунок. (Слайд б.) Прямую l , проходящую через любые две точки графика функции f , называют **секущей** к графику f . Уравнение прямой на плоскости имеет вид $y = kx + b$. Угловым коэффициентом k секущей, проходящей через точки $(x_0; f(x_0))$ и $(x; f(x))$, равен $\operatorname{tg} \alpha$. ΔABC – прямоугольный.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC} \text{ или } k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

№184(a)

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2; x_1 = 0; x_2 = 1$$

Решение $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta f}{\Delta x};$

$$\Delta x = x - x_0;$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0);$$

$$\Delta x = 1 - 0 = 1;$$

$$\Delta f = f(1) - f(0) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 = \frac{1}{2}$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \alpha - \text{острый}$$

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}; \alpha - \text{острый}$

Таблица производных

1. $c' = 0, c = \text{const}$

2. $(x^n)' = nx^{n-1}$

3. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

4. $(e^x)' = e^x$

5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

7. $(\sin x)' = \cos x$

8. $(\cos x)' = -\sin x$

9. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

10. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

11. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$$(c \cdot u)' = c \cdot u'$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Составить конспект материала, совместно с разбором задач.

Контрольные вопросы:

1. Понятие приращение аргумента и формула.

2. Понятие приращения функции и формула.
3. Понятие секущей.
4. Понятие тангенса угла наклона секущей к оси абсцисс и формула.
5. Таблица производных функции и правила дифференцирования выписать в тетрадь
6. решить № 208