

**Тема: Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов****Срок сдачи до 18.11.2023****I. Изучение нового материала**

Главу начнем с рассмотрения формул для синуса и косинуса суммы и разности аргументов (их также называют формулы сложения). Обратите особое внимание на эти формулы, так как из них достаточно просто могут быть получены практически все формулы тригонометрии.

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y; \quad (4)$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y; \quad (5)$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y; \quad (6)$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y; \quad (7)$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y};$$

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}.$$

**Пример 1**Вычислим  $\cos 15^\circ$ .Учтем, что  $15 = 45 - 30$ , и тогда  $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) =$ 

$$= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \approx 0,966.$$

Таким образом, приведенные формулы позволяют расширить значения тригонометрических функций, представленных ранее в таблице.

**Пример 2**

Найдем  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = c$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

Используем формулу (6) и

получим:  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha - \cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)$ . Найдем  $\sin\alpha$ .

Используя формулу (1), получаем:  $\sin^2\alpha + c^2 = 1$ ,

откуда  $\sin\alpha = \sqrt{1 - c^2}$  (учтено, что  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  и  $\sin\alpha > 0$ ).

Тогда  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(c - \sqrt{1 - c^2})$ .

### Пример 3

Докажем неравенство  $\sin(\alpha + \beta) < \sin\alpha + \sin\beta$ , если  $\alpha, \beta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Выпишем очевидные неравенства  $\cos\beta < \cos\alpha$  и  $\sin\alpha < \sin\beta$  (так как  $\cos\beta < \cos\alpha$  и  $\sin\alpha < \sin\beta$  или по формуле (7)  $\sin(\alpha + \beta) < \sin\alpha + \sin\beta$ ).

### Домашнее задание

#### 1. Записать ответы на вопросы

1. Формулы для синуса суммы и разности аргументов.
2. Косинус суммы и разности аргументов.
3. Формулы для тангенса суммы и разности аргументов.

#### 2. Решить задание №9