

07.11.23

Математика

Тема: «Производная сложной функции»

$$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Пример:

1 задание. Вычислить производную функции $(x + 2)^{10}$. Обозначим $u = x + 2$.

Так как $(x^{10})' = 10x^9$, то

$$\left((x + 2)^{10}\right)' = (u^{10})' = 10u^9 \cdot u' = 10(x + 2)^9 \cdot 1 = 10(x + 2)^9.$$

2 задание. Вычислить производную функции $f(x) = \sin(\cos x)$. Обозначим $u = \cos x$.

$(\sin x)' = \cos x$, поэтому

$$(\sin(\cos x))' = (\sin u)' = \cos u \cdot u' =$$

$$= \cos(\cos x) \cdot (\cos x)' =$$

$$= \cos(\cos x) \cdot (-\sin x) =$$

$$= -\cos(\cos x) \cdot \sin x.$$

Практическая работа № 50

Производная. Правила дифференцирования. Производная сложной функции

Цели:

1. Сформировать навыки нахождения производной суммы, произведения и частного элементарных функций.
2. Сформировать навыки нахождения производной сложной функции.
3. Формирование навыка решения задач с помощью производной.

План работы:

1. Повторить формулы дифференцирования.

2. Используя таблицу производных, правила дифференцирования суммы, произведения и частного элементарных функций, найти производные функций.

3. Используя формулу дифференцирования сложной функции найти производные.

Задания практической работы

1. Используя таблицу производных, правила дифференцирования суммы, произведения и частного элементарных функций, найти производные следующих функций:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
1 $y = 12x^3 - \frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - 7$	1 $y = 2e^x + 3x^3$	1 $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{16}{3}x^3$
2 $y = 2x^3 - 5x^2 + 4$	2 $y = 6x^2 + 2x^4 + 6$	2 $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \cos x$
$y = e^x(\sin x + \cos x)$ 3	3 $y = \sqrt[3]{x^2} \sin x \ln x$	3 $y = 4x^3 \sin x$
4 $y = (x^4 - 3)(x^2 + 2)$	4 $y = (x + 2)(x^2 + 2x^3 + 6)$	4 $y = (x^5 - x)e^x$
$y = \frac{2}{(1-x^2)(1+x^4)}$ 5	5 $y = \frac{1-x^3}{1-x^5}$	5 $y = \frac{\arctg x}{\arcsin x}$

2. Решить уравнение $y' = 0$.

1 $y = 2x^2 - x$	1 $y = x^2 - 5x$	1 $y = 2x - 5x^2$
2 $y = \frac{1}{3}x^3 - 1,5x^2 - 4x$	2 $y = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$	2 $y = x^5 - \frac{10}{3}x^3 + 5x$
3 $y = 4x - 3x^2$	3 $y = x^4 + 4x$	3 $y = x^4 - 12x^2$

3. Найти производную сложной функции.

$y = (2x - 3)^6$ 1	1 $y = (x^2 + 7x - 2)^3$	$y = \left(\frac{2x-1}{x+3}\right)^4$ 1
2 $y = \cos 3x$	2 $y = \operatorname{ctg} \frac{4-3x}{7}$	2 $y = \frac{\sin 3x}{2x+3}$

3	$y = x \cos 3x$	3	$y = x e^x$	3	$y = x^2 \ln x$
4	$y = x \ln^2 x$	4	$y = e^{2x} \ln(5 - 3x)$	4	$y = \frac{(3x-2)^3}{1+x}$
5	$y = \sin^3\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$	5	$y = x(2x - 3)^7$	5	$y = (3x+1)^2(2x-3)^7$