

Тема: «Физический смысл производной»

Представим себе, что мы едем на автомобиле по прямолинейному шоссе, при этом спидометр все время показывает одно и то же - 100 км/ч. Если мы ехали так в течение двух часов, то мы проехали 200км. Такие задачи даются и решаются в начальной школе. Скорость постоянна, и можно пользоваться формулой $S=vt$. Кроме того, если дан путь пройденный автомобилем, и время за которое он этот путь проехал, то можно найти среднюю скорость автомобиля на этом пути все по той же формуле: $S=vt \rightarrow v=S/t$.

Отметим, что спидометр показывает разные скорости. В начале и в конце движения скорость меньше, большая скорость на прямолинейных участках, где автомобилю ничего не мешает.

Что же такое мгновенная скорость? Мы должны узнать скорость в данный момент, то есть на очень маленьком промежутке пути. Здесь используем понятие производной.

Пусть тело движется прямолинейно и пройденный им путь есть функция от времени: $S=f(t)$. Тогда **мгновенной скоростью** $v(t)$ или просто **скоростью в момент времени t** назовем производную от пути $S(t)$ по времени t : где $s(м)$ – путь, $v(м/с)$ - скорость, $a(м/с^2)$ – ускорение, $t(с)$ – время.

То есть: **$v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t)$**

Пример 1 Пусть прямолинейное движение точки для положительных значений t происходит по

$$S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 72t + 34$$

закону

Определить момент, при котором скорость движения точки равна 0.

Находим скорость точки
$$v(t) = S'(t) = 6t^2 - 6t + 72$$

Приравнявая ее нулю, получаем квадратное уравнение: $6t^2 - 6t + 72 = 0 \rightarrow t^2 - t + 12 = 0$. Его

корни $t_1 = -3; t_2 = 4$. Поскольку t по условию положительно, то оставляем положительный корень: $t = 4$.

Ответ: 4с.

Задания:

- 267.**— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. а) Выведите формулу для вычисления скорости движения в любой момент времени t . б) Найдите скорость в момент $t = 2$ с. (Перемещение измеряется в метрах.) в) Через сколько секунд после начала движения точка остановится?
- 268.**— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найдите скорость и ускорение в момент $t = 5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Из физики : второй закон Ньютона $F = m a$, $E_{\text{кин.}} = m v^2/2$.

274.— Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой m , движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$.

275.— Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Координата x измеряется в сантиметрах, время t — в секундах. Найдите: а) действующую силу; б) кинетическую энергию E тела через 2 с после начала движения.

$f(x)$	$f'(x)$
$C - \text{const}$	0
x	1
$Kx + b$	k
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\ln a$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$\text{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\text{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила вычисления производных

1. $(U + Y)' = U' + Y'$	3. $(U \cdot Y)' = U' \cdot Y + U \cdot Y'$
2. $(k \cdot U)' = k \cdot (U)'$	4. $\left[\frac{U}{Y} \right]' = \left[\frac{U' \cdot Y - U \cdot Y'}{Y^2} \right]$

